

# THÈSE

pour l'obtention du grade de

DOCTEUR de l'UNIVERSITÉ DE LORRAINE

Spécialité : Mécanique des Matériaux

présentée par :

## KODJO ATTIPOU

---

### Étude des Instabilités dans les Membranes Minces sous Chargements Thermomécaniques

---

Composition du jury :

<i>Rapporteurs :</i>	M. Alain CIMETIERE M. Ali LIMAM	Professeur émérite (ENSMA, Poitiers) Professeur (INSA, Lyon)
<i>Examineurs :</i>	M. Rabah BOUZIDI M. René MOTRO	Professeur associé (Université de Nantes) Professeur émérite (LMGC, Montpellier)
<i>Directeur :</i>	M. Foudil MOHRI	Professeur associé (LEM3, Metz)
<i>Co-directeurs :</i>	M. Salim BELOUETTAR M. Michel POTIER-FERRY	Docteur (LIST, Luxembourg) Professeur (LEM3, Metz)

## Résumé

Le plissement est un phénomène d'instabilité observé généralement dans les structures minces ayant un comportement de type membrane. Ces structures minces ne supportent pas d'effort de flexion et sont donc sollicitées en traction, ce qui augmente leur rigidité à la flexion. Dans cette thèse, nous avons développé une technique de réduction de modèle pour la modélisation du phénomène de plissement des membranes minces. Cette technique, basée sur les séries de Fourier à double échelle, permet de déduire d'un modèle complet de membrane, un modèle réduit capable de prendre en compte le flambage global et local de la structure étudiée. Les valeurs critiques concernant la charge de plissement et le longueur d'onde des plis sont déterminées analytiquement d'une part, puis numériquement d'autre part. Des exemples numériques nous ont permis de valider le modèle numérique par rapport au modèle analytique. Les modèles numériques étudiés prennent en compte le modèle complet et le modèle réduit de la membrane. Le modèle complet est simulé dans ABAQUS et résolu numériquement à l'aide de la méthode de la longueur d'arc et le modèle réduit est implémenté dans MATLAB et résolu numériquement à l'aide de la méthode asymptotique numérique. Nous avons étudié le comportement de la membrane sous sollicitation mécanique, thermique et thermo-mécanique. Les résultats obtenus montrent que le modèle réduit est capable de se substituer au modèle complet dans la détermination des contraintes critiques et longueurs d'onde correspondantes. Le gain en temps de calcul obtenu est important, ceci grâce à la très faible densité de maillage requis par le modèle réduit. Il apparaît également que le chargement thermique de la membrane est un facteur important dans l'apparition des instabilités de plissement dans la membrane par rapport au chargement mécanique de type déplacement imposé ou traction imposé. Par ailleurs, le modèle réduit est très sensible aux conditions aux bords de la membrane. Enfin le modèle réduit requiert d'avoir une longueur d'onde des plis quasiment constante dans la largeur de la membrane.

**Mots-clés:** Instabilités, Membranes minces, Plissement, Méthode asymptotique numérique, Méthode de longueur d'arc, Séries de Fourier double échelle, Méthode éléments finis.

# Abstract

Wrinkling is an instability phenomenon generally observed in thin structures with membrane's behavior. Those thin structures have no rigidity to flexion and are therefore used in traction. In this thesis, we developed a reduction model's technique for the modeling of wrinkling phenomenon in thin membranes. This technique, based on the double scale Fourier series, allow us to deduce from a full membrane model, a reduced membrane model that is able to take into account the global and local buckling of the structure. The critical load and critical wavelength are determined analytically on one side, then numerically on the other side. Numerical exemples are conducted to validate the numerical model towards the analytical one. Numerical models studied take into account both full and reduce membrane models. The full model is simulated in ABAQUS and solved numerically using the arc length method and the reduced model is implemented in MATLAB and solved numerically using the asymptotic numerical method. We studied the membrane behavior under mechanical, thermal and thermo-mechanical loading. The results obtained show that the full membrane model can be replaced by the reduced one in determining critical loads and corresponding wavelengths. The gain in computation time obtained is important, due to the coarse mesh required by the reduced model. It appears also that the thermal loading of the membrane is an important parameter in the appearance of wrinkling instabilities comparing it to mechanical loading of imposed displacement or imposed force type. Besides that, the reduced model is very sensitive to membrane's boundaries conditions. Finally, the reduced model requires to have a quasi constant wavelength along the membrane width.

**Keywords:** Instabilities, Thin membranes, Wrinkling, Asymptotic numerical method, Arc length method, Double scale Fourier series, Finite element method.